

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ Ι

Ασκήσεις Εργαστηρίου 3

1. Γράψτε πρόγραμμα που να υπολογίζει την τιμή της παρακάτω συνάρτησης για κάποια δεδομένη τιμή του x που θα διαβάζει από το πληκτρολόγιο:

$$y = \begin{cases} (x^2 + 1)e^{-x} & x > 3 \\ \sqrt{x-1} & 1 \leq x \leq 3 \\ \frac{x-2}{x+5} + \frac{x-3}{x+7} & x < 1, x \neq -5, x \neq -7 \end{cases}$$

2. Ένας αλγόριθμος για τον υπολογισμό της ημερομηνίας του Πάσχα των Ορθοδόξων σε συγκεκριμένο έτος (μέχρι το 2099) είναι ο εξής:

- Θεωρούμε ως δεδομένο εισόδο το έτος που μας ενδιαφέρει.
- Ορίζουμε κάποιες ακέραιες ποσότητες σύμφωνα με τους ακόλουθους τύπους:
 - (α') $r_1 =$ υπόλοιπο διαίρεσης του έτους με το 19.
 - (β') $r_2 =$ υπόλοιπο διαίρεσης του έτους με το 4.
 - (γ') $r_3 =$ υπόλοιπο διαίρεσης του έτους με το 7.
 - (δ') $r_a = 19r_1 + 16$.
 - (ε') $r_4 =$ υπόλοιπο διαίρεσης του r_a με το 30.
 - (στ') $r_b = 2(r_2 + 2r_3 + 3r_4)$.
 - (ζ') $r_5 =$ υπόλοιπο διαίρεσης του r_b με το 7.
 - (η') $r_c = r_4 + r_5 + 3$.
- Το r_c είναι η ημερομηνία του Απριλίου του συγκεκριμένου έτους που πέφτει το Πάσχα. Αν το r_c είναι μεγαλύτερο από 30, τότε το Πάσχα είναι στις $(r_c - 30)$ Μαΐου.

Γράψτε σε κώδικα τον παραπάνω αλγόριθμο. Βρείτε και τυπώστε πότε πέφτει το επόμενο Πάσχα.

3. Δύο σωματίδια με μάζες m_1 και m_2 βρίσκονται ακίνητα στα σημεία με συντεταγμένες (x_1, y_1, z_1) και (x_2, y_2, z_2) αντίστοιχα. Η βαρυτική δύναμη μεταξύ τους έχει μέτρο

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

όπου $r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ η απόσταση των σωματιδίων και G η βαρυτική σταθερά με τιμή 6.674×10^{-11} σε μονάδες SI.

Γράψτε πρόγραμμα που

- να διαβάζει από το πληκτρολόγιο τις μάζες και τις συντεταγμένες θέσης για τα δύο σωματίδια στις μεταβλητές m_1, x_1, y_1, z_1 και m_2, x_2, y_2, z_2 .

- Να υπολογίζει και να τυπώνει την απόστασή τους.
 - να υπολογίζει το μέτρο της μεταξύ τους δύναμης. Να το τυπώνει στην οθόνη μόνο αν είναι μεγαλύτερο από 10^{-10} αλλιώς να τυπώνει 0.
4. Τυπώστε τις πρώτες 20 δυνάμεις του 2 ($2^0, 2^1, \dots, 2^{19}$).
 5. Γράψτε πρόγραμμα που να τυπώνει στην οθόνη τους αριθμούς 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, ..., 2.5.
 6. Τυπώστε το παραγοντικό αριθμού που θα δίνει ο χρήστης (αρκεί να είναι μέχρι το 12). Το $n!$ ορίζεται ως εξής:

$$n! = \begin{cases} 1 \times 2 \times 3 \cdots \times (n-1) \times n, & n > 0, \\ 1, & n = 0. \end{cases}$$

7. Γράψτε πρόγραμμα που να υπολογίζει και να τυπώνει το διπλό παραγοντικό αριθμού που θα δίνει ο χρήστης, αρκεί να είναι μέχρι το 19. Το διπλό παραγοντικό ($n!!$) ορίζεται ως

$$n!! = \begin{cases} 1 \times 3 \times 5 \times \cdots \times (n-2) \times n & \text{αν το } n \text{ είναι περιττός,} \\ 2 \times 4 \times 6 \times \cdots \times (n-2) \times n & \text{αν το } n \text{ είναι άρτιος,} \\ 1 & \text{αν το } n \text{ είναι 0.} \end{cases}$$

8. Τυπώστε στην οθόνη 53 ισαπέχοντα σημεία στο διάστημα $[-3.5, 6.5]$ (συμπεριλαμβανόμενων και των άκρων).

Υπόδειξη: n ισαπέχοντα σημεία στο διάστημα $[a, b]$ έχουν άγνωστη απόσταση μεταξύ τους, έστω h . Πρέπει να ισχύει $x_1 = a, x_2 = a + h, x_3 = a + 2h, \dots, x_n = a + (n-1)h$. Αλλά πρέπει ακόμα να ισχύει $x_n \equiv b$, άρα $a + (n-1)h = b \Rightarrow h = (b-a)/(n-1)$.

9. Γράψτε πρόγραμμα που να ελέγχει αν ένας ακέραιος αριθμός που θα τον δίνει ο χρήστης, είναι πρώτος.

Υπόδειξη I: θα σας βοηθήσει ο ακόλουθος ορισμός για τους πρώτους αριθμούς:

Κάθε θετικός ακέραιος αριθμός είναι πρώτος εκτός αν διαιρείται ακριβώς με κάποιο αριθμό εκτός από το 1 και τον εαυτό του.

Υπόδειξη II: Ψάξτε να βρείτε κάποιον θετικό ακέραιο που να διαιρεί ακριβώς (δηλαδή χωρίς υπόλοιπο) τον αριθμό εισόδου, εκτός από το 1 και τον εαυτό του. Μπορούμε να αποκλείσουμε όλους τους μεγαλύτερους του αριθμού εισόδου καθώς κανένας δεν θα τον διαιρεί ακριβώς.

10. Να επαληθεύσετε ότι

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{12}{n^2} \cos \left(\frac{9}{n\pi + \sqrt{(n\pi + 3)(n\pi - 3)}} \right) \right] = -\frac{\pi^2}{e^3}$$

ως εξής: υπολογίσετε τα δύο μέλη της εξίσωσης χωριστά και τυπώστε αυτά καθώς και τη διαφορά τους (που θα πρέπει να πλησιάζει στο 0). Στον υπολογισμό του αθροίσματος δε θα πάρετε φυσικά άπειρους όρους· κρατήστε 50000 όρους.