

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ Ι

Θέματα Εξετάσεων Ιουνίου 2007 (Α')

1. Από τα Μαθηματικά γνωρίζουμε ότι ισχύει

3/10

$$\pi = 3 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k(5k+3)(2k-1)!k!}{2^{k-1}(3k+2)!}.$$

Χρησιμοποιήστε την παραπάνω σχέση για να υπολογίσετε το π με ακρίβεια 10^{-9} . αυτό σημαίνει ότι στον υπολογισμό του αθροίσματος θα σταματήσετε στον πρώτο όρο που είναι μικρότερος από 10^{-9} . Συγκρίνετε το αποτέλεσμα σας με την “σωστή” τιμή.

Υπόδειξη: Στον υπολογισμό σας μπορείτε να βασιστείτε στο ότι ο κάθε όρος στο άθροισμα προκύπτει από τον προηγούμενο με πολλαπλασιασμό κατάλληλης ποσότητας.

Υπόδειξη (II): Αν δεν ακολουθήσετε την προηγούμενη υπόδειξη, προσέξτε να υπολογίσετε **σωστά** τα παραγοντικά που θα χρειαστείτε.

2. Ένας ακέραιος αριθμός λέγεται πρώτος αν και μόνο αν διαιρείται ακριβώς μόνο από το 1 και τον εαυτό του. Να γράψετε πρόγραμμα που :

3/10

(α') Αρχικά, να υπολογίζει τους πρώτους 1000 πρώτους αριθμούς. Το 1 δεν θα περιλαμβάνεται σε αυτούς.

(β') Κατόπιν, να τους τυπώνει στο αρχείο “primes.dat” ανά 5 σε κάθε γραμμή.

(γ') Τέλος, να τους χρησιμοποιεί για να επαληθεύσει τον τύπο

$$\frac{15}{\pi^2} = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{p_n^2}\right)$$

όπου p_n ο n -οστός πρώτος αριθμός.

Για την επαλήθευση μπορείτε να υπολογίσετε τα δύο μέλη χωριστά και να τυπώσετε αυτά καθώς και τη διαφορά τους (που θα πρέπει να πλησιάζει στο 0). Στον υπολογισμό του γινομένου δε θα πάρετε φυσικά άπειρους όρους, αλλά τους πρώτους 1000.

3. Ένας τρόπος για να αναπαραστήσουμε σε πρόγραμμα τα φύλλα μιας τράπουλας είναι ο εξής: αντιστοιχούμε τους αριθμούς 1 – 13, 14 – 26, 27 – 39, 40 – 52 στα τέσσερα “χρώματα” της τράπουλας. Οι αριθμοί 11, 12, 13 αντιστοιχούν στα J , Q , K (τις “φιγούρες”) του πρώτου χρώματος· αντίστοιχα ισχύουν για τα υπόλοιπα χρώματα.

4/10

Αποθηκεύστε σε ένα πίνακα τους αριθμούς 1 – 52· αυτός θα αποτελεί την “τράπουλά” μας. Για να την ανακατώσουμε με τυχαίο τρόπο στον υπολογιστή μπορούμε να ακολουθήσουμε την εξής διαδικασία :

Δημιουργούμε ένα πίνακα 52 τυχαίων αριθμών (έστω πραγματικών στο διάστημα $[0, 1)$), προσέχοντας να μην επαναλαμβάνονται στοιχεία σε αυτόν. Κατόπιν τον ταξινομούμε, κάνοντας ταυτόχρονα στην τράπουλά μας οποιαδήποτε μετακίνηση στοιχείων υπαγορεύει η διαδικασία ταξινόμησης. Π.χ., αν κατά την ταξινόμηση χρειαστεί να εναλλάξουμε τα στοιχεία 15 και 28 του τυχαίου πίνακα, κάνουμε ταυτόχρονα την εναλλαγή των ίδιων στοιχείων της τράπουλάς μας. Στο τέλος της διαδικασίας, ο τυχαίος πίνακας θα είναι ταξινομημένος και η “τράπουλά” μας θα είναι ανακατωμένη με τυχαίο τρόπο.

Υλοποιείτε τον παραπάνω αλγόριθμο για το ανακάτεμα. Θα σας χρειαστούν :

- Η ενσωματωμένη υπορουτίνα `RANDOM_NUMBER()`. Αυτή δέχεται ως όρισμα έναν πραγματικό αριθμό απλής ακρίβειας. Κάθε φορά που καλείται, αποδίδει στο όρισμά της ένα τυχαία επιλεγμένο αριθμό στο διάστημα $[0, 1)$. Αν το όρισμα είναι πραγματικός πίνακας, αποδίδει τυχαίους αριθμούς σε όλα τα στοιχεία του.
- Ένα υποπρόγραμμα αναζήτησης συγκεκριμένης τιμής σε πίνακα. Αυτό θα σας πληροφορεί αν υπάρχει ή όχι η αναζητούμενη τιμή.
- Ένα υποπρόγραμμα ταξινόμησης (π.χ. `bubblesort`) (με κατάλληλη τροποποίηση).

Τυπώστε στο αρχείο “`shuffle.dat`” 50 τυχαία ανακατωμένες “τράπουλες”. Η κάθε μία “τράπουλα” θα τυπώνεται σε ξεχωριστή γραμμή. Τα “χαρτιά” της τράπουλας, δηλ. τα στοιχεία του πίνακα, θα τυπώνονται με ένα κενό ανάμεσά τους.

Διάρκεια: 3 ώρες

Καλή επιτυχία!