Η Λ Ε Κ Τ Ρ Ο Ν Ι Κ Ο Ι   Υ Π Ο Λ Ο Γ Ι Σ Τ Ε Σ   Ι

Θέματα Εξετάσεων Ιουνίου 2011 (Α)

ΑΜ: .... Ονοματεπώνυμο: ....

1. Από τα μαθηματικά γνωρίζουμε ότι ισχύει η σχέση:

$$\frac{3}{4}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+2)}$$

Να γράψετε πρόγραμμα, το οποίο θα υπολογίζει μετά από πόσους όρους το παραπάνω άθροισμα προσεγγίζει την σταθερή τιμή στο πέμπτο δεκαδικό ψηφίο.

(Μονάδες: 2.5)

2. **Ανάστροφος** ενός πίνακα A είναι ο πίνακας A^T για τα στοιχεία του οποίου ισχύει $A_{ij}^T=A_{ji}$
Ένας πίνακας A με πραγματικά στοιχεία λέγεται **ορθογώνιος** όταν ο ανάστροφός του είναι και αντίστροφός του, δηλαδή ισχύει $A\,A^T=A^T A=I$
Να δείξετε με κατάλληλο πρόγραμμα ότι ο παρακάτω πίνακας είναι ορθογώνιος.

$$A=\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{2\sqrt{5}} & \frac{1}{2\sqrt{5}} & \frac{1}{2\sqrt{5}} & \frac{1}{2\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \\ \frac{\sqrt{3}}{6} & \frac{\sqrt{3}}{6} & \frac{\sqrt{3}}{6} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Επομένως:

- Γράψτε υποπρόγραμμα που να δέχεται ένα πίνακα πραγματικών και να επιστρέφει τον ανάστροφό του,
- Γράψτε άλλο υποπρόγραμμα που να δέχεται δύο πίνακες και να υπολογίζει το γινόμενό τους.
  Υπενθύμιση: Γινόμενο δύο πινάκων A, B είναι ο πίνακας C για τα στοιχεία του οποίου ισχύει
  $$C_{ij}=\sum_k A_{ik}B_{kj}$$
- Χρησιμοποιήστε τα προηγούμενα υποπρογράμματα για να υπολογίσετε τα γινόμενα $A\,A^T$, $A^T A$ για τον πίνακα που σας δόθηκε. Να τυπώσετε στην οθόνη τους δύο πίνακες που προκύπτουν (κι οι δύο θα πρέπει να είναι ο μοναδιαίος). Τα στοιχεία τους να τυπωθούν με **5** δεκαδικά ψηφία.
  Παρατήρηση: Να μη χρησιμοποιήσετε ενσωματωμένες συναρτήσεις για την αναστροφή και τον πολλαπλασιασμό πινάκων.

(Μονάδες: 3.5)

3. Βρείτε <u>όλες</u> τις Πυθαγόριες τριάδες ακεραίων αριθμών $\{i,j,k\}$ με $\mathbf{i^2+j^2=k^2}$ (π.χ. {3,4,5} με $3^2+4^2=5^2$) γιά k μεταξύ 1 και 100; Πόσες τέτοιες <u>μη ισοδύναμες</u> τριάδες υπάρχουν; Δηλαδή οι τριάδες να είναι εντελώς ξεχωριστές π.χ. η τριάδα {3,4,5} θεωρείται ισοδύναμη με την {4,3,5}.

Παρατηρήστε πως τα πολλαπλάσια των Πυθαγορίων τριάδων είναι και αυτά Πυθαγόριες τριάδες π.χ. οι τριάδες {6,8,10} και {9, 12, 15} είναι πολλαπλάσια της Πυθαγόριας τριαδας {3,4,5}. Μπορείτε να αλλάξετε το πρόγραμμα σας έτσι ωστε να σας δίνει μόνο τις <u>στοιχειώδεις</u> Πυθαγόριες τριάδες. Πόσες στοιχειώδεις τριάδες υπάρχουν για k ≤ 100;

(Μονάδες: 4.0)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!