

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ Ι

Θέματα Προόδου Μαρτίου 2012

1. Από τα μαθηματικά γνωρίζουμε ότι ισχύει 4/10

$$\pi = 3 + 3 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2n+1} \prod_{k=1}^n \frac{n+k}{16k} \right).$$

Να υπολογίσετε το π από τον παραπάνω τύπο. Ποιά είναι η διαφορά της τιμής που υπολογίσατε από την “ακριβή” τιμή του π ;

Υπόδειξη: Προφανώς δεν μπορούμε να πάρουμε άπειρους όρους στο άθροισμα. Να σταματήσετε την άθροιση μετά τον όρο με $n = 15$.

2. Μια ακολουθία ακέραιων αριθμών μπορεί να προκύψει από ένα ακέραιο 6/10
αν τον αναλύσουμε στα ψηφία του, υπολογίσουμε το άθροισμα των τετραγώνων αυτών των ψηφίων και χρησιμοποιήσουμε το αποτέλεσμα ως νέο αριθμό προς ανάλυση. Έτσι, δυο τέτοιες ακολουθίες είναι οι εξής

$$44 \rightarrow 32 (= 4^2 + 4^2) \rightarrow 13 (= 3^2 + 2^2) \rightarrow 10 (= 1^2 + 3^2) \rightarrow 1 (= 1^2 + 0^2) \rightarrow 1$$

και

$$85 \rightarrow 89 \rightarrow 145 \rightarrow 42 \rightarrow 20 \rightarrow 4 \rightarrow 16 \rightarrow 37 \rightarrow 58 \rightarrow 89$$

Παρατηρήστε ότι η πρώτη καταλήγει στον αριθμό 1 (που επαναλαμβάνεται) και η δεύτερη στον αριθμό 89 (που τον παρήγαγε ξανά και επομένως επαναλαμβάνονται για πάντα κάποιοι αριθμοί).

Είναι αξιοπρόσεκτο ότι κάθε ακολουθία, ανεξάρτητα από τον αρχικό αριθμό, καταλήγει στο 1 ή στο 89.

Να υπολογίσετε και να τυπώσετε στο αρχείο με όνομα "chains" τις ακολουθίες που παράγονται με την παραπάνω μέθοδο για όλους τους αριθμούς από το 1 έως το 9999. Οι αριθμοί κάθε ακολουθίας να είναι στην ίδια γραμμή με ένα κενό αναμεσά τους. Κάθε ακολουθία να σταματά όταν παραχθεί ο αριθμός 1 ή ο αριθμός 89. Δηλαδή, το αρχείο θα είναι το

```
1
...
44 32 13 10 1
...
85 89
....
```

Διάρκεια: 2 ώρες

Καλή επιτυχία !