

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ Ι

Θέματα Εξετάσεων Ιουνίου 2012 (Α')

1. Βρείτε τη διαφορά μεταξύ του αθροίσματος των τετραγώνων, $\sum k^2$, και 2/10 του τετραγώνου του αθροίσματος, $(\sum k)^2$, των ακεραίων από 1 έως και 100.

2. Τα κέρματα του ευρώ έχουν αξία 1 λεπτό, 2 λεπτά, 5 λεπτά, 10 λεπτά, 3/10 20 λεπτά, 50 λεπτά, 100 λεπτά (= 1€) και 200 λεπτά (= 2€).

Ένα συγκεκριμένο ποσό μπορεί να σχηματιστεί με συνδυασμό διάφορων κερμάτων. Πόσοι είναι όλοι οι συνδυασμοί που έχουν αξία 300 λεπτών;

Υπόδειξη: Προφανώς, κάθε συνδυασμός θα έχει το πολύ 300 κέρματα του ενός λεπτού, 150 κέρματα των δύο λεπτών, 60 κέρματα των 5 λεπτών κλπ. Σχηματίστε όλους τους δυνατούς συνδυασμούς και μετρήστε όσους έχουν αξία 300 λεπτών.

3. (α') Να γράψετε συνάρτηση που να υπολογίζει τους αριθμούς Βερνούλι B_n , $n = 0, 1, 2, \dots$. Ο αριθμός B_n υπολογίζεται από τον εξής αλγόριθμο 5/10

Για m από 0 μέχρι n

$a[m] \leftarrow 1/(m + 1)$

Για j από m μέχρι 1 με βήμα -1

$a[j - 1] \leftarrow j(a[j - 1] - a[j])$

Τέλος_επανάληψης

Τέλος_επανάληψης

Αποτέλεσμα $a[0]$ (είναι το B_n)

(β') Επαληθεύστε τη σχέση

$$(m + 1) \sum_{k=1}^n k^m = \sum_{k=0}^m \left(B_k \prod_{j=k+1}^{m+1} \frac{nj}{j - k} \right)$$

για $m = 2, 3, 4, 5, 6$ και $n = 7, 8, 9, 10$ ως εξής: υπολογίστε και τυπώστε στην οθόνη τα δύο μέλη της εξίσωσης για τις διάφορες τιμές των m, n . Θα πρέπει να είναι ίσα (για τα ίδια m, n).

Υπόδειξη: γράψτε υποπρόγραμμα στο οποίο να γίνονται οι ζητούμενοι υπολογισμοί για συγκεκριμένα m, n και καλέστε το όσες φορές χρειάζεται.

Υπευθύμηση: Πίνακας ακεραίων με στοιχεία $a(0), a(1), \dots, a(10)$ δηλώνεται με το INTEGER :: a(0:10).

Διάρκεια: 3 ώρες

Καλή επιτυχία!