

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ Ι

Θέματα Εξετάσεων Ιουνίου 2012 (Β')

1. Από τα μαθηματικά γνωρίζουμε ότι

2/10

$$\ln(2) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k2^k}.$$

Να επαληθεύσετε τη σχέση: υπολογίστε τα δύο μέλη της εξίσωσης και βρείτε τη διαφορά τους (η οποία πρέπει να είναι πολύ “μικρή”).

Υπόδειξη: Στο άθροισμα δεν μπορούμε, φυσικά, να πάρουμε άπειρους όρους. Να σταματήσετε τον υπολογισμό του στο πρώτο όρο με τιμή μικρότερη από 10^{-11} .

2. Πρώτος αριθμός λέγεται ένας ακέραιος που διαιρείται ακριβώς μόνο με το 1 και τον εαυτό του. Μπορεί να δειχθεί ότι για κάθε πρώτο αριθμό p ισχύει

4/10

$$\sum_{k=1}^{p-1} \left\lfloor \frac{k^3}{p} \right\rfloor = \frac{(p-2)(p-1)(p+1)}{4},$$

όπου $\lfloor x \rfloor$ είναι το ακέραιο μέρος του x .

Επαληθεύστε την παραπάνω σχέση για όλους τους πρώτους αριθμούς έως το 1000, ως εξής: Δημιουργήστε το αρχείο “a.dat” με τρεις στήλες: η πρώτη θα αποτελείται από όλους τους πρώτους αριθμούς μέχρι το 1000, η δεύτερη από τις αντίστοιχες τιμές του αριστερού μέλους της εξίσωσης και η τρίτη από τις τιμές του δεξιού μέλους. Αν δεν κάνετε λάθος, η δεύτερη και η τρίτη στήλη πρέπει να είναι ίδιες.

3. Ο ακέραιος αριθμός 197 χαρακτηρίζεται *κυκλικός πρώτος* αριθμός καθώς ο ίδιος και οι 719, 971 –που προκύπτουν από αυτόν με την περιστροφή των ψηφίων του– είναι πρώτοι.

4/10

Να γράψετε κώδικα που να αποθηκεύει στο αρχείο “circularprimes.dat” όλους τους κυκλικούς πρώτους αριθμούς μέχρι το 9999.

Υπόδειξη: Θα χρειαστείτε ένα υποπρόγραμμα που να ελέγχει αν ένας αριθμός είναι πρώτος. Ίσως να σας χρειαστούν ένα υποπρόγραμμα που να υπολογίζει το πλήθος των ψηφίων ενός αριθμού και ένα που να “περιστρέφει” τα ψηφία ενός αριθμού κατά μία θέση.

Διάρκεια: 3 ώρες

Καλή επιτυχία !