

**ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ Ι**  
**Θέματα Εξετάσεων Ιανουαρίου 2016 (Β')**

1. Το αρχείο στη διεύθυνση <http://tinyurl.com/q8cuydn> περιέχει 4996 θετικούς ακέραιους αριθμούς που επαναλαμβάνονται. Αποθηκεύστε το στην περιοχή σας. Αντιγράψτε στο αρχείο "single.dat" τους αριθμούς που εμφανίζονται στο αρχικό αρχείο, χωρίς τις επαναλήψεις τους.  
*Υπόδειξη:* Διαβάστε τα στοιχεία σε πίνακα. Τυπώστε κάθε στοιχείο του πίνακα αφού ελέγξετε ότι δεν έχει εμφανιστεί πιο πριν.
2. Στη Μαθηματική Φυσική χρησιμοποιείται η οικογένεια πολυωνύμων Laguerre,  $L_n(x)$ . Η τάξη  $n$  του πολυωνύμου είναι ακέραια,  $0, 1, \dots$ . Τα πρώτα πολυώνυμα Laguerre είναι

$$\begin{aligned}L_0(x) &= 1 \\L_1(x) &= -x + 1 \\L_2(x) &= \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 \\&\vdots = \vdots\end{aligned}$$

Για τα πολυώνυμα Laguerre ισχύουν οι εξής σχέσεις:

$$\begin{aligned}nL_n(x) &= (2n - 1 - x)L_{n-1}(x) - (n - 1)L_{n-2}(x), \quad n \geq 2, \\L'_n(x) &= \frac{n}{x}(L_n(x) - L_{n-1}(x)), \quad n \geq 1, \\L'_0(x) &= 0.\end{aligned}$$

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω σχέσεις,

(α') γράψτε υποπρόγραμμα που να υπολογίζει την τιμή ενός πολυωνύμου Laguerre. Αυτό θα δέχεται ως ορίσματα έναν ακέραιο αριθμό  $n$ , που θα αντιπροσωπεύει την τάξη του πολυωνύμου, και ένα πραγματικό  $x$  που θα είναι το σημείο υπολογισμού. Θα επιστρέφει την τιμή του  $L_n(x)$ .

(β') γράψτε υποπρόγραμμα που να υπολογίζει την πρώτη παράγωγο του  $L_n(x)$  (για  $x \neq 0$ ).

3. Η μαθηματική συνάρτηση  $\Gamma(z)$  μπορεί να οριστεί από την έκφραση

$$\Gamma(z) = \frac{1}{z} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{n \left(1 + \frac{1}{n}\right)^z}{n + z}.$$

Να δείξετε ότι

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{3}{4}\pi.$$

*Υπόδειξη I:* υπολογίστε τα δύο μέλη της εξίσωσης· θα πρέπει να διαφέρουν ελάχιστα.

*Υπόδειξη II:* Στο γινόμενο δεν μπορούμε, φυσικά, να πάρουμε άπειρους όρους. Να σταματήσετε τον υπολογισμό του στον πρώτο όρο που διαφέρει από το 1 κατ' απόλυτη τιμή λιγότερο  $10^{-12}$ .

**Να στείλετε τους κώδικες που θα γράψετε, ως συνημμένους σε email στο `ety114@edu.materials.uoc.gr`.**

**Διάρκεια:** 2 ώρες

**Καλή επιτυχία!**