

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Ασκήσεις Εργαστηρίου 8

1. Γράψτε πρόγραμμα που να προσεγγίζει άγνωστη συνάρτηση με τη μέθοδο ελάχιστων τετραγώνων. Η συνάρτηση θα δίνεται ως ζεύγη σημείων, σε δύο πίνακες x, y . Δώστε τη δυνατότητα στο χρήστη του προγράμματος να επιλέγει την προσεγγιστική καμπύλη μεταξύ των

(α') $y = ax + b$ (γραμμική),

(β') $y = ax^b$ (δύναμη),

(γ') $y = a + be^x$ (εκθετική),

(δ') $y = a + b \ln x$ (λογαριθμική).

Να υπολογίζετε κάθε φορά το συντελεστή r^2 της καμπύλης ελάχιστων τετραγώνων που επιλέγεται.

Εφαρμόστε το πρόγραμμα για την προσέγγιση της συνάρτησης που δίνεται από τα σημεία στο αρχείο. Σε αυτό, η πρώτη γραμμή περιέχει το πλήθος των σημείων και ακολουθούν σε διαδοχικές γραμμές τα ζεύγη τιμών x, y .

2. Η συνολική φωτεινή ισχύς, P , που εκπέμπεται από ένα μέλαν σώμα επιφάνειας A , δίνεται συναρτήσει της απόλυτης θερμοκρασίας του, T , από τη σχέση

$$P = \sigma AT^4,$$

όπου σ η σταθερά Stefan–Boltzmann. Πειραματικές μετρήσεις για ένα νήμα ηλεκτρικού λαμπτήρα (που θεωρούμε ότι προσεγγίζει το μέλαν σώμα) σε θερμοκρασίες 300 K–2300 K έδωσαν τις ακόλουθες τιμές

$T(K)$	$P(W)$	$T(K)$	$P(W)$
300	0.0013	1400	1.0031
400	0.0162	1500	1.4193
500	0.0297	1600	1.9052
600	0.0318	1700	2.4026
700	0.0484	1800	2.5031
800	0.0965	1900	3.9072
900	0.1357	2000	4.3156
1000	0.2947	2100	5.5060
1100	0.4563	2200	6.9044
1200	0.5398	2300	7.6370
1300	0.8884		

Αν υποθέσουμε ότι η επιφάνεια του νήματος είναι 0.05 cm^2 , να επαληθεύσετε από τα δεδομένα το νόμο Stefan–Boltzmann (ότι πράγματι η δύναμη στην οποία υψώνεται το T είναι 4) και να εκτιμήσετε τη σταθερά σ . Υπολογίστε το συντελεστή r^2 της καμπύλης ελάχιστων τετραγώνων.

3. Δημιουργήστε ένα αρχείο που να περιέχει τα ζεύγη $(x_i, f(x_i))$ μιας γνωστής συνάρτησης $f(x)$, π.χ. $\sin^2 x$. Τα x_i ας είναι 15 ισαπέχοντα σημεία στο διάστημα $[2, 4]$. Το αρχείο θα έχει στην πρώτη γραμμή το πλήθος των σημείων και θα ακολουθούν τα ζεύγη (x_i, y_i) .

Υπολογίστε την πρώτη και τη δεύτερη παράγωγο στο $x = 2.5$, της συνάρτησης που δίνεται από τα σημεία στο αρχείο που φτιάξατε. Για τον υπολογισμό των παραγώγων χρησιμοποιήστε όλα τα σημεία.