

1 Εύρεση ρίζας της $f(x)$

Οι μέθοδοι παράγουν μια ακολουθία προσεγγίσεων x_0, x_1, \dots και ακολουθία αποκλίσεων $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \dots$

1.1 Κριτήρια Σύγκλισης

Ένα από τα ακόλουθα αρκεί:

- Το μέγιστο σφάλμα της μεθόδου, ε_i , είναι μικρότερο από το επιθυμητό, $|\varepsilon_i| < \varepsilon$.
- Η απόλυτη τιμή της συνάρτησης είναι “μικρή”: $|f(x_i)| < \varepsilon$.
- Η *σχετική* ή *απόλυτη* βελτίωση στην προσεγγιστική τιμή είναι “μικρή”:

$$\left| \frac{x_i - x_{i-1}}{x_i} \right| < \varepsilon \text{ αν } x_i \neq 0$$

ή

$$|x_i - x_{i-1}| < \varepsilon \text{ αν } x_i \approx 0.$$

Σε αυτή την περίπτωση πρέπει να ελέγχουμε αν τελικά η τιμή x_i ικανοποιεί την $f(x_i) \approx 0$.

1.2 Μέθοδος Διχοτόμησης

1. Επιλέγουμε δύο τιμές a, b , με $a < b$ έτσι ώστε η $f(x)$ να είναι συνεχής στο $[a, b]$ και να ισχύει $f(a)f(b) < 0$.
2. Θέτουμε $x \leftarrow \frac{a+b}{2}$.
3. Ελέγχουμε τα κριτήρια σύγκλισης. Αν το x είναι ικανοποιητική προσέγγιση της ρίζας πηγαίνουμε στο βήμα 6.
4. Αν ισχύει ότι $f(a)f(x) > 0$ τότε θέτουμε $a \leftarrow x$. Αλλιώς, θέτουμε $b \leftarrow x$.
5. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία από το βήμα 2.
6. Τέλος.

1.3 Μέθοδος Ψευδούς σημείου

Ο αλγόριθμος είναι ίδιος με τη μέθοδο διχοτόμησης. Μόνη διαφορά η επιλογή της προσέγγισης:

$$x = \frac{bf(a) - af(b)}{f(a) - f(b)}.$$

1.4 Μέθοδος Αλγόριθμος Illinois

Ο αλγόριθμος είναι ίδιος με τη μέθοδο ψευδούς σημείου. Μόνη διαφορά η επιλογή της προσέγγισης:

- αν άλλαξε δύο συνεχόμενες φορές το όριο a

$$x = \frac{2bf(a) - af(b)}{2f(a) - f(b)}.$$

- αν άλλαξε δύο συνεχόμενες φορές το όριο b

$$x = \frac{bf(a) - 2af(b)}{f(a) - 2f(b)}.$$

- Αλλιώς,

$$x = \frac{bf(a) - af(b)}{f(a) - f(b)}.$$

1.5 Μέθοδος Τέμνουσας

1. Επιλέγουμε δύο τιμές a, b .
2. Ορίζουμε c το

$$c = a - \frac{f(a)}{f(a) - f(b)}(a - b) = \frac{bf(a) - af(b)}{f(a) - f(b)}.$$

3. Ελέγχουμε τα κριτήρια σύγκλισης. Αν το c είναι ικανοποιητική προσέγγιση της ρίζας πηγαίνουμε στο βήμα 6.
4. Θέτουμε $a \leftarrow b, b \leftarrow c$.
5. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία από το βήμα 2.
6. Τέλος.