1 Μέθοδος Newton–Raphson για μη γραμμικά συστήματα

Θέλουμε να βρούμε τις τιμές των x_1, x_2, ..., x_n που ικανοποιούν ταυτόχρονα τις εξισώσεις

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) &= 0 \,, \\ f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) &= 0 \,, \\ \vdots \quad & \quad \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) &= 0 \,. \end{aligned}$$

Οι μεταβλητές x_i και οι συναρτήσεις f_i είναι γενικά μιγαδικές.

1. Επιλέγουμε μια αρχική προσέγγιση της ρίζας, $\vec{x}^{(0)}$, *κοντά στην (άγνωστη) λύση.*

2. Ελέγχουμε με ένα ή περισσότερα κριτήρια αν η τρέχουσα προσέγγιση είναι αποδεκτή ως λύση. Αν όχι, συνεχίζουμε στο επόμενο βήμα.

3. Υπολογίζουμε στην τρέχουσα προσέγγιση $\vec{x}^{(k)}$ $(k = 0, 1, \ldots)$ τον πίνακα

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dfrac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} ,$$

   και το διάνυσμα $\vec{b}$

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} f_1(\vec{x}^{(k)}) \\ f_2(\vec{x}^{(k)}) \\ \vdots \\ f_n(\vec{x}^{(k)}) \end{bmatrix} .$$

4. *Αν ο πίνακας* $\boldsymbol{A}$ *είναι αντιστρέψιμος*, επιλύουμε το γραμμικό σύστημα $\boldsymbol{A} \cdot \vec{y} = \vec{b}$ ως προς $\vec{y}$. Η νέα προσέγγιση είναι $\vec{x}^{(k+1)} = \vec{x}^{(k)} - \vec{y}$.

5. Επαναλαμβάνουμε από το βήμα 2.