

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Ασκήσεις Εργαστηρίου 7

Για τις παρακάτω ασκήσεις δημιουργήστε ένα αρχείο με όνομα "points.dat", που να περιέχει τα ζεύγη $(x_i, f(x_i))$ μιας γνωστής συνάρτησης $f(x)$, π.χ. $\sin x$. Τα x_i ως είναι 15 ισαπέχοντα σημεία στο διάστημα $[2, 4]$.

1. Γράψτε ένα υποπρόγραμμα που να προσδιορίζει το πολυώνυμο προσέγγισης σε σημεία (x_i, y_i) . Θα δέχεται ως ορίσματα εισόδου δύο διανύσματα x, y που θα περιέχουν τα ζεύγη σημείων (x, y) καθώς και την τιμή στην οποία θέλουμε να υπολογίζει το πολυώνυμο παρεμβολής: την τιμή αυτού θα την επιστρέφει. Για τον υπολογισμό του πολυωνύμου παρεμβολής να χρησιμοποιεί

(α') τον τύπο Lagrange.

(β') τον τύπο Newton.

(γ') την απαλοιφή Gauss.

Εφαρμόστε το υποπρόγραμμα που γράψατε για να υπολογίσετε τις προσεγγιστικές τιμές της "άγνωστης" συνάρτησης του αρχείου "points.dat" σε 100 ισαπέχοντα σημεία μεταξύ του ελάχιστου και του μέγιστου από τα x_i .

2. Μια άγνωστη συνάρτηση μιας μεταβλητής, $f(x)$, μπορεί να προσεγγιστεί όχι μόνο από πολυώνυμο αλλά και από λόγο πολυωνύμων $R(x)$,

$$R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}, \quad P(x) = \sum_{k=0}^M a_k x^k, \quad Q(x) = 1 + \sum_{k=1}^N b_k x^k,$$

με $M + N + 1$ κατάλληλους συντελεστές a_k, b_k . Έστω ότι για την $f(x)$ γνωρίζουμε ότι περνά από τα παρακάτω ζεύγη τιμών

x	y
0.9	5.607
1.1	4.576
1.5	3.726
2.0	3.354
2.9	3.140
3.5	3.087

Να προσδιορίσετε την $R(x)$ με $M = 2, N = 3$ (επομένως, με 6 άγνωστους συντελεστές a_k, b_k) ώστε να περνά από τα παραπάνω ζεύγη τιμών, δηλαδή να ικανοποιεί τις σχέσεις $y_i = R(x_i), \quad i = 1, \dots, 6$.

3. Γράψτε υποπρόγραμμα που να υπολογίζει τη spline που περνά από $n + 1$ ζεύγη σημείων (x_i, y_i) .

Εφαρμόστε το υποπρόγραμμα που γράψατε για να υπολογίσετε τις προσεγγιστικές τιμές της “άγνωστης” συνάρτησης του αρχείου “points.dat” σε 100 ισαπέχοντα σημεία μεταξύ των $\min\{x_i\}$ και $\max\{x_i\}$.